

## INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA

**GEOMETRÍA:** Es una rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de propiedades de puntos, rectas, polígonos, etc. Proviene del Griego GEO (tierra) METROS (medida). Podemos clasificar la Geometría en dos clases:

- **GEOMETRÍA PLANA:** Estudia las propiedades de elementos con una o dos dimensiones. Es decir, solo se ocupa de todo lo que puede suceder en un plano.
- **GEOMETRÍA ESPACIAL:** También se llama geometría descriptiva y estudia las figuras y todo lo que puede suceder en las tres dimensiones. Fundamentalmente se ocupa de la representación de objetos o figuras tridimensionales sobre un plano (el papel) que tiene únicamente dos dimensiones.

### PUNTO, RECTA, SEMIRECTA Y SEGMENTO

**PUNTO:** Geométricamente podemos definir un punto de tres formas:

- Intersección de dos rectas o arcos.
- Intersección de una recta con un plano.
- Circunferencia de radio 0.

**RECTA:** Una recta es una sucesión de puntos en una misma dirección. Según esta definición una recta es infinita y solo la podemos concebir virtualmente y no realmente, ya que todos los soportes (papeles, lienzos, la pizarra de clase) son finitos. Una recta puede ser definida geométricamente por dos planos que se cortan (geometría descriptiva) o por dos puntos (geometría plana).

**SEMI-RECTA:** Una semirecta es una porción de recta delimitada por un punto

**SEGMENTO:** Un segmento es una porción de recta delimitada por dos puntos. Por tanto un segmento tiene un principio y un fin y es finito y se puede medir. Realmente todas las rectas que dibujamos son segmentos, pues empiezan y acaban en algún sitio. Por eso para dibujar un segmento se suelen marcar claramente los puntos de principio y fin.

### RELACIONES ENTRE RECTAS O SEGMENTOS

Dos rectas o segmentos pueden guardar tres tipos diferentes de relaciones:

- **PARALELAS:** Todos los puntos de las dos rectas están siempre a la misma distancia. Es decir, dos rectas paralelas nunca se cortan.
- **PERPENDICULARES:** Dos rectas son perpendiculares cuando se cortan formando cuatro ángulos rectos. Este concepto está relacionado con un adjetivo importante, **ortogonal**, decimos que dos rectas son ortogonales cuando forman ángulos de  $90^\circ$ , son rectos o perpendiculares.
- **OBLICUAS:** dos rectas oblicuas se cortan sin formar ángulos rectos

TRES PUNTOS determinan en el plano una circunferencia. Dados tres puntos siempre podremos trazar una circunferencia. En términos tridimensionales tres puntos definen un plano. Una silla con tres patas nunca estará coja.

### LA CIRCUNFERENCIA

Una **circunferencia** es un conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro punto llamado centro. Es una curva cerrada y plana cuyos puntos **EQUIDISTAN** (están a la misma distancia) del centro. Llamamos **RADIO** a la distancia entre el centro y cualquiera de los puntos de la circunferencia.

**CIRCULO:** Es la porción de plano comprendida dentro de la circunferencia

### RELACIONES CIRCUNFERENCIA - CIRCUNFERENCIA / CIRCUNFERENCIA - RECTA

**SECANTES:** Se cortan. Cuando dos circunferencias o una recta y una circunferencia se cortan producen dos puntos de intersección. Para una circunferencia y un segmento secantes encontramos:

- **Cuerda:** Es la porción de recta que queda dentro de la circunferencia siempre y cuando no pase por el centro.
- **Diámetro:** Es un segmento que corta a la circunferencia en dos puntos pasando por el centro.
- **Arco:** Es la porción de circunferencia que queda entre los dos puntos de intersección con otra circunferencia o recta.
- **Flecha:** se llama así al radio perpendicular a una cuerda de circunferencia.

**TANGENTES:** Una recta y una circunferencia son tangentes cuando se tocan pero no se cortan. En esos casos ambos elementos comparten en común un punto llamado punto de tangencia.

**EXTERIORES:** Se llama así a dos circunferencias o una circunferencia y una recta que no se tocan ni se cortan.

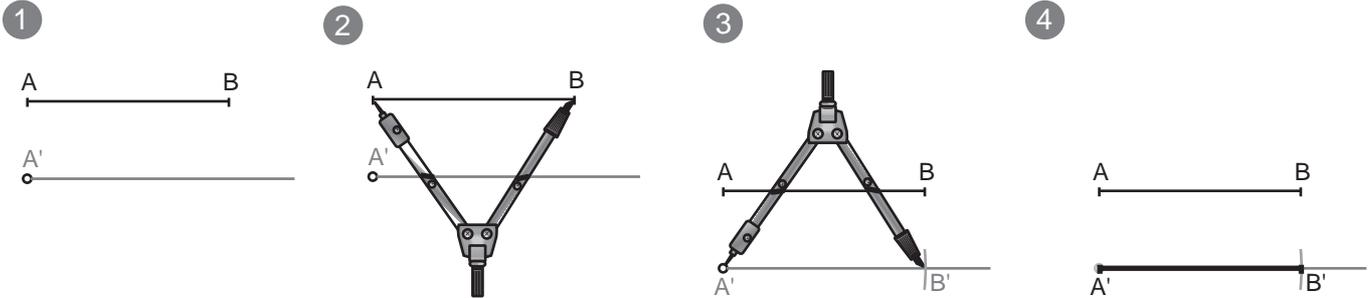
**INTERIORES:** Se llaman circunferencia "interior a otra" cuando está dentro de otra mayor y ni se tocan ni se cortan.

**CONCENTRICAS:** Se llaman así las circunferencias que comparten el mismo centro.

Para realizar operaciones con segmentos se suele emplear siempre el compás para tomar medidas, copiarlas o trasladarlas. También se ha de emplear una regla que puede estar graduada o no, ya que el compás será la herramienta con la que se mide.

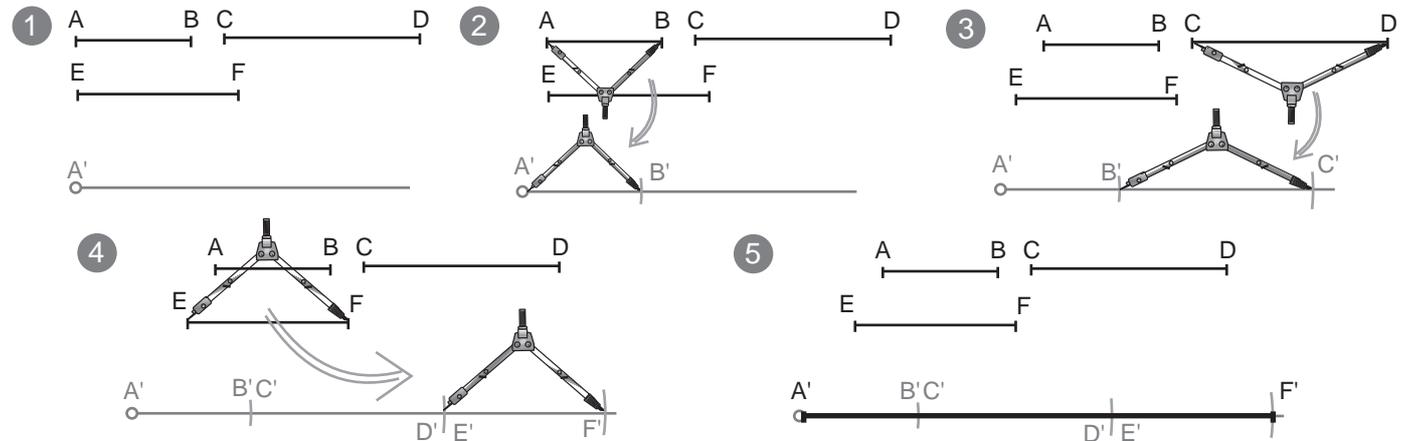
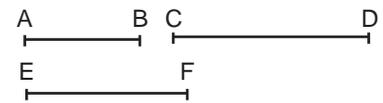
**COPIA DE UN SEGMENTO:** Dado el segmento AB, copiarlo con la misma magnitud.

- 1º- Trazamos una semirecta desde un punto A'.
- 2º- Tomamos la medida AB con el compás.
- 3º- Trasladamos la distancia AB sobre la semirecta que hemos trazado. Con la medida tomada anteriormente con el compás haremos centro en el punto A' de la semirecta y la marcaremos obteniendo B'.
- 4º- Finalmente pasamos a tinta el resultado (IMPORTANTE).



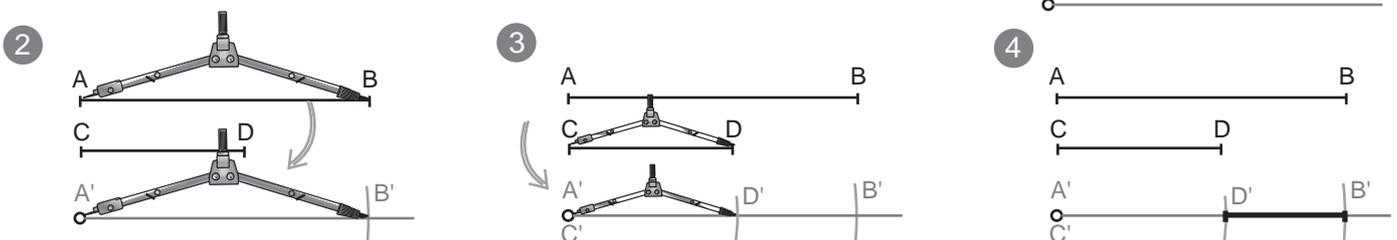
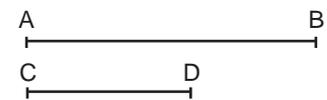
**SUMA DE SEGMENTOS:** Dados los segmento AB, CD y EF, sumarlos gráficamente.

- 1º- Trazamos una semirecta desde un punto A'.
- 2º- Tomamos la medida AB con el compás y la copiamos en la semirecta, a partir de A', obteniendo B'. (copiar el segmento AB)
- 3º- A partir de B' repetimos la operación con el siguiente segmento a sumar (CD).
- 4º- En este caso tenemos tres segmentos para sumar, repetimos con el último.
- 5º- La solución es la totalidad de los segmentos copiados uno detrás de otro, es decir, A'F'. Pasamos a tinta la solución (IMPORTANTE).



**RESTA DE SEGMENTOS:** AB - CD, restarlos gráficamente.

- 1º- Trazamos una semirecta desde un punto A'.
- 2º- Tomamos la medida AB, el mayor, con el compás y la copiamos en la semirecta, a partir de A', obteniendo B'. (copiar el segmento AB)
- 3º- A partir de A', de nuevo, repetimos la operación con el segmento CD. Es decir, copiaremos el segmento menor dentro del mayor que ya hemos copiado.
- 4º- La diferencia entre los dos segmentos (distancia de D' a B') es la solución. La pasamos a tinta.



### Mediatriz de un segmento:

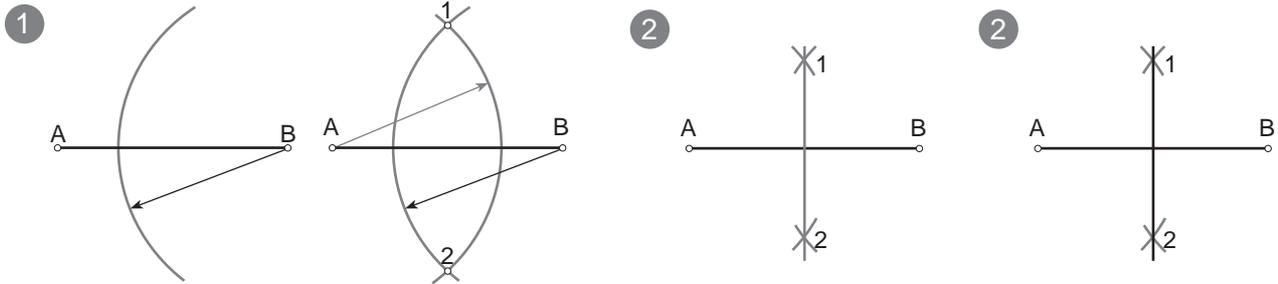
Dado un segmento AB, hallar la mediatriz.



La **mediatriz** de un segmento es una recta perpendicular a este por su punto medio. También se puede definir como "el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos de un segmento"

Procedimiento:

- 1º- Se trazan dos arcos de igual radio con centro en ambos extremos A y B. Se obtienen así los puntos 1 y 2 donde ambos arcos se cortan.
- 2º- Se unen los puntos 1 y 2 para obtener la mediatriz.
- 3º- Se pasa el resultado a tinta.

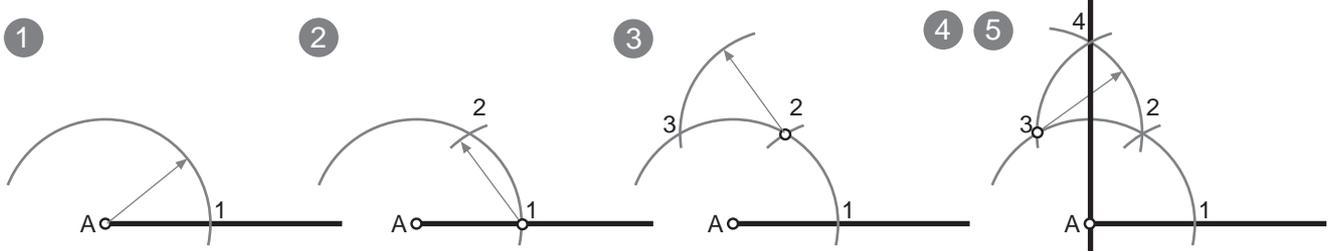


### Perpendicular a un segmento o semirecta por un extremo:

Dado un segmento AB, trazar la perpendicular por el punto A.

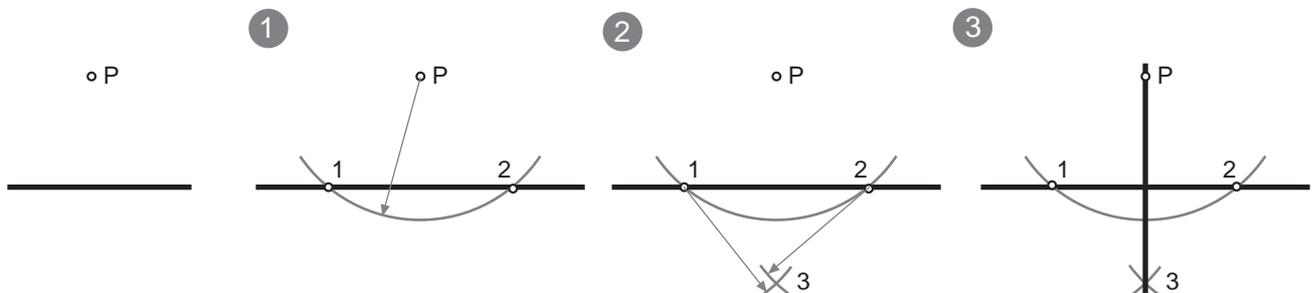


- 1º-Con centro en A se traza un arco (casi una semicircunferencia) que corta al segmento en el punto 1.
- 2º-Con centro en el punto 1 se traza otro arco con el mismo radio que corta al anterior arco en el punto 2.
- 3º-Con centro en el punto 2 y mismo radio se traza otro arco que corta al primero en el punto 3.
- 4º-Con centro en el punto 3 trazamos otro arco, de mismo radio, que corta al último en el punto 4.
- 5º-Se une el punto 4 con el punto A. Pasamos a tinta la recta 4A.



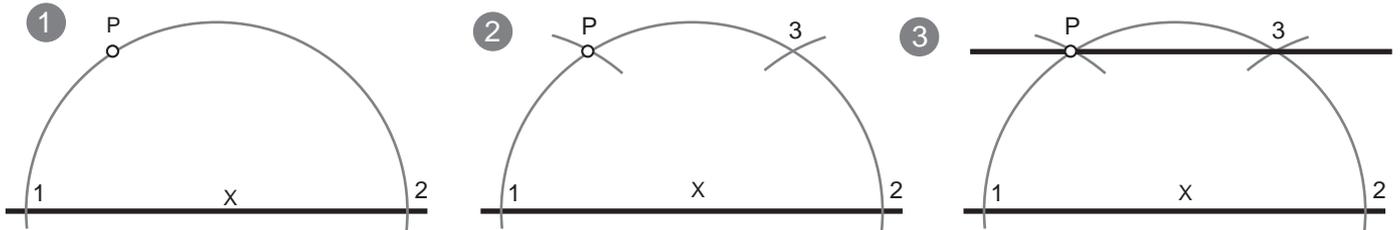
### Perpendicular a una recta por un punto exterior a ella:

- 1º-Con centro en P se traza un arco de circunferencia que corte a la recta en dos puntos: 1 y 2.
- 2º-Con centro en los puntos 1 y 2, se trazan dos arcos de radio mayor a la mitad de la distancia entre ellos. Donde ambos arcos se cortan obtenemos el punto 3.
- 3º-Se une el punto 3 y el punto P.



## Paralela a una recta por un punto exterior, dos métodos:

- 1º- Se elige un punto X centrado en la recta como centro y se traza una semicircunferencia de radio XP que la corta en dos puntos: 1 y 2.
- 2º- Con centro en el punto 1 se toma el radio 1P y desde el punto 2 se traza un arco que corta al primero en el punto 3.
- 3º- Se une el punto 3 con P.

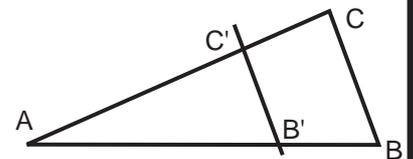


## TEOREMA DE THALES DE MILETO

Toda recta paralela a un lado de un triángulo que corta a los otros dos lados, determina otro triángulo semejante al triángulo inicial.

$$CB/C'B' = AC/AC' = AB/AB'$$

Si se cortan dos rectas concurrentes con un haz de rectas paralelas, la razón de dos segmentos cualesquiera de una de ellas es igual a la razón de los correspondientes de la otra.

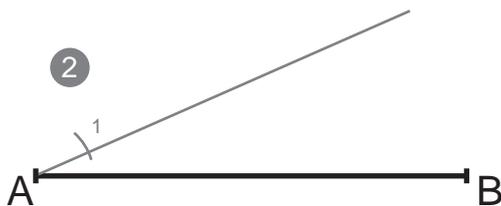
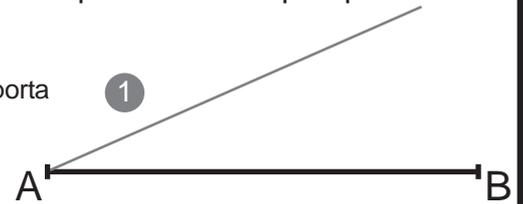


## DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN n (7) partes iguales:

El procedimiento siempre es el mismo aunque varíe el número de partes en las que queramos dividir el segmento.

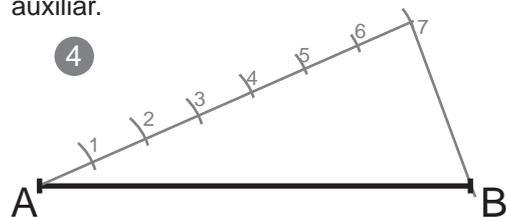


- 1º- Desde un extremo del segmento dado trazamos una recta auxiliar. No importa la abertura del ángulo que esta forme con el segmento dado.

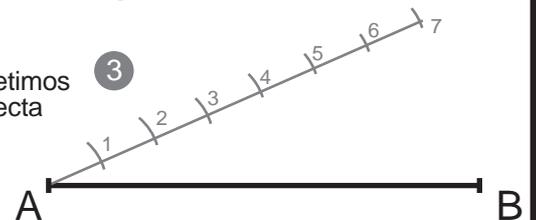


- 2º- Tomamos un radio de compás (no importa la abertura del compás, solo que quepa tantas veces como divisiones nos pide el problema sobre la recta auxiliar) y con centro en el vértice del ángulo trazamos una marca sobre la recta auxiliar.

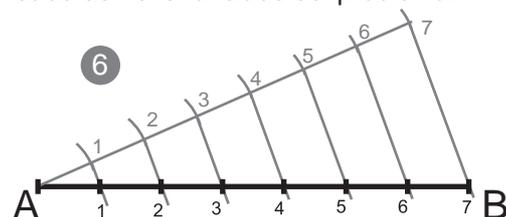
- 3º- Con centro en esa primera marca, y con el mismo radio de compás repetimos la operación hasta tener tantas partes como nos pide el problema en la recta auxiliar.



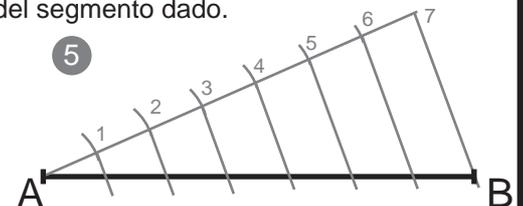
- 4º- Trazamos un segmento que une la ÚLTIMA DIVISIÓN de la recta auxiliar con EL EXTREMO B del segmento dado.



- 5º- Trazamos paralelas a la última recta pasada. Estas pasan por las divisiones que hemos trazado sobre la recta auxiliar y cortan al segmento dado del enunciado del problema.



- 6º- Los puntos de corte de las paralelas con el segmento dado son la solución, las divisiones del segmento en el nº de partes que pedía el enunciado.

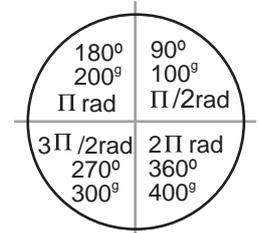


**ÁNGULO:** Es la porción de plano comprendida entre dos semirectas llamadas lados que parten de un punto en común llamado vértice.

**UNIDADES DE MEDIDA:** Existen varias unidades para medir los ángulos:

- Radianes: una circunferencia entera mide  $2\pi$  radianes.
- Grados centesimales: Una circunferencia entera mide  $400^g$ .
- Grados sexagesimales: Una circunferencia entera mide  $360^g$ .

Generalmente en geometría se emplean los grados sexagesimales.



### TIPOS DE ÁNGULOS SEGÚN SU MAGNITUD

<b>Llano</b> $= 180^{\circ}$ 	<b>Obtuso</b> $+ \text{ de } 90^{\circ}$ 	<b>Recto</b> $= 90^{\circ}$ 	<b>Agudo</b> $- \text{ de } 90^{\circ}$ 	<b>Cóncavo</b> $- \text{ de } 180^{\circ} \text{ y } + \text{ de } 0^{\circ}$ 	<b>Convexo</b> $+ \text{ de } 180^{\circ} \text{ y } - \text{ de } 360^{\circ}$ 
-------------------------------------	---	------------------------------------	--	--	--

### RELACIONES ANGULARES

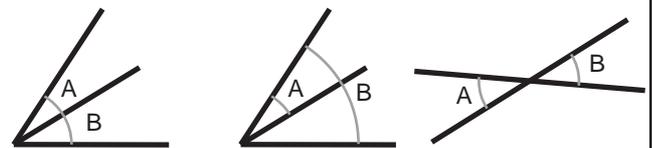
#### Relaciones angulares SEGÚN SU POSICIÓN

Ángulos **Adyacentes:** Son aquellos que comparten un lado y el vértice, pero no tienen ningún punto en común.

Ángulos **Consecutivos:** Son los que comparten un vértice y un lado (se superponen).

Ángulos **Opuestos:** Son los formados por semirectas opuestas.

ADYACENTES      CONSECUTIVOS      OPUESTOS



#### Relaciones angulares SEGÚN SU MAGNITUD

Ángulos **Complementarios:** Son aquellos que suman  $90^{\circ}$

Ángulos **Suplementarios:** Son los que suman  $180^{\circ}$ .

Ángulos **Conjugados:** Son los que suman  $360^{\circ}$ .

ADYACENTES (no tienen por qué serlo)

COMPLEMENTARIOS

SUPLEMENTARIOS



### BISECTRIZ DE UN ÁNGULO:

Es la semirecta que divide un ángulo en dos partes iguales pasando por el vértice.

Todos los puntos de la bisectriz equidistan (están a la misma distancia) de los lados del ángulo.

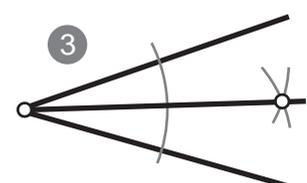
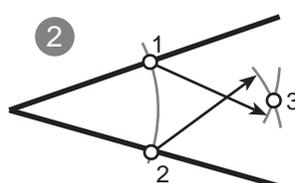
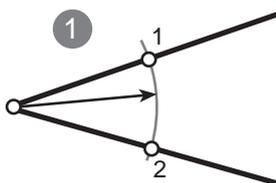
La bisectriz es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de los lados de un ángulo.

**TRAZADO DE LA BISETRIZ:** Dado un ángulo  $a$ , trazar su bisectriz.

1º- Con centro en el vértice y un radio cualquiera (suficientemente amplio) se traza un arco que corta a ambos lados del ángulo en los puntos 1 y 2.

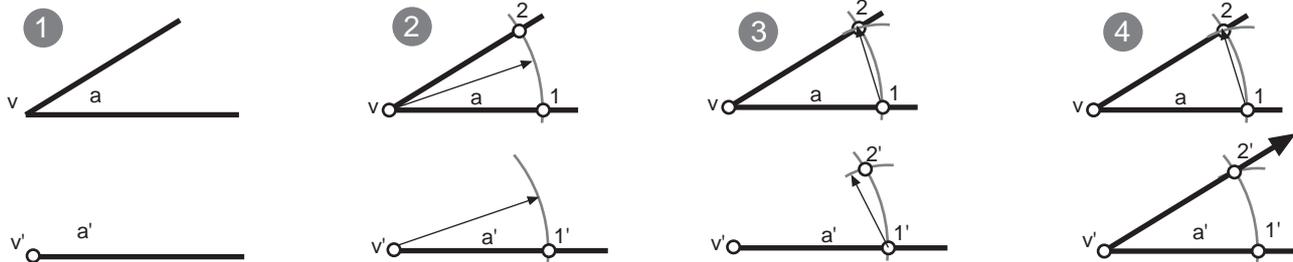
2º- Con centros en los puntos 1 y 2 se trazan dos arcos de igual radio (mayor a la mitad de la distancia entre 1 y 2) que se cortan en el punto 3.

3º- Se une el punto 3 con el vértice del ángulo dado.



**COPIA DE ÁNGULOS CON COMPÁS Y REGLA:** dado un ángulo (a) trazar otro ángulo (a') igual.

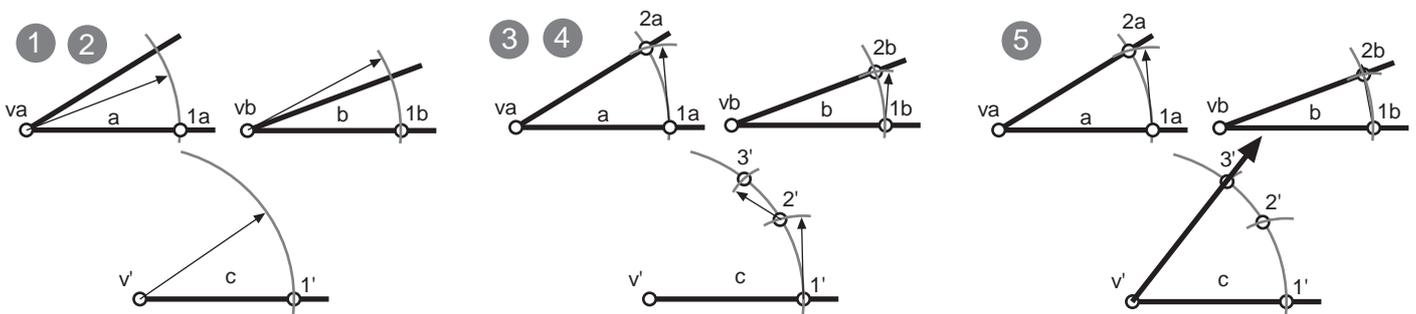
- 1º- Se traza un segmento o semirecta y se indica v' que será el vertice del nuevo ángulo copiado.
- 2º- Con centro en el punto v se traza un arco de radio cualquiera que corta los lados de este en los puntos 1 y 2. Con centro en v' se traza un arco de igual radio que cortará al lado ya dibujado en el punto 1'.
- 3º- Desde el punto 1 del ángulo dado, se mide con el compas la distancia desde 1 hasta 2. En el nuevo ángulo copiado con centro en 1' se traza un arco que corte al anterior obteniendo 2'.
- 4º- Se une v' con 2'.



**SUMA DE ÁNGULOS CON COMPÁS Y REGLA:** dados los ángulos (a) y (b) trazar otro ángulo (c) = (a+b)

Se trata de copiar un ángulo encima del otro, compartiendo ambos un lado que finalmente no será parte del resultado.

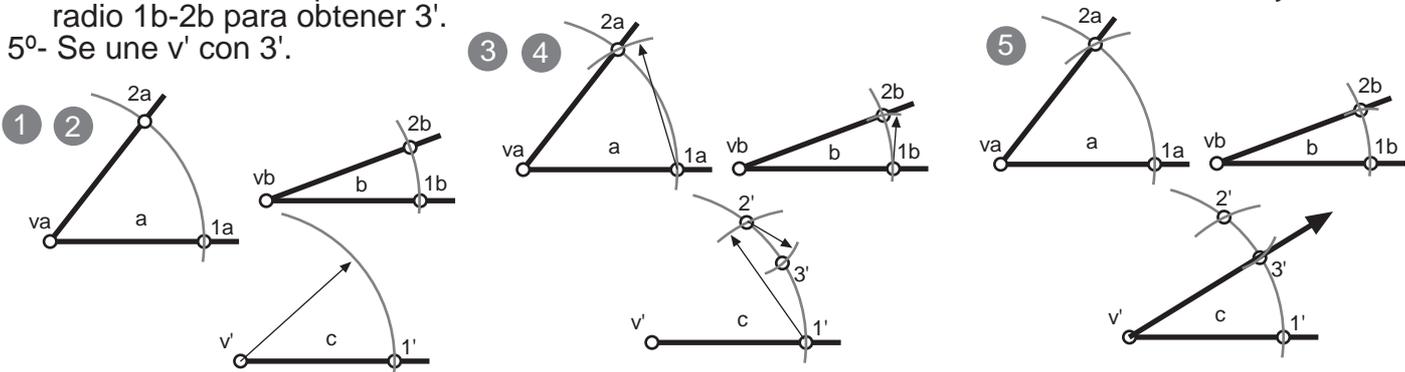
- 1º- Se traza un segmento o semirecta y se indica v' que será el vertice del nuevo ángulo resultado a+b.
- 2º- Con centros en los puntos (va) y (vb), se traza un arco de radio cualquiera pero igual, que corta ambos lados de los ángulos en los pts 2a y ab. Con centro en v' se traza un arco de igual radio que cortará al lado ya dibujado en el punto 1'.
- 3º- Desde el punto 1a, se mide con el compás la distancia desde 1a-2a, colocándola en el resultado desde 1', obteniendo así el pto. 2'.
- 4º- Se mide, con compás, la distancia 1b-2b. Desde 2' trazamos un arco de radio 1b-2b para obtener 3'.
- 5º- Se une v' con 3'.



**RESTA DE ÁNGULOS CON COMPÁS Y REGLA:** dados los ángulos (a) y (b) trazar otro ángulo (c) = (a-b)

Se trata de copiar el ángulo menor dentro del mayor, compartiendo ambos un lado que finalmente no será parte del resultado.

- 1º- Se traza un segmento o semirecta y se indica v' que será el vertice del nuevo ángulo resultado a-b.
- 2º- Con centros en los puntos (va) y (vb), se traza un arco de radio cualquiera pero igual, que corta ambos lados de los ángulos en los pts. Con centro en v' se traza un arco de igual radio que cortará al lado ya dibujado en el punto 1'.
- 3º- Desde el punto 1a, se mide con el compás la distancia desde 1a-2a, colocándola en el resultado desde 1', obteniendo así el pto. 2'.
- 4º- Se mide, con compás, la distancia 1b-2b. Desde 2' trazamos un arco, situado entre 1' y 2', de radio 1b-2b para obtener 3'.
- 5º- Se une v' con 3'.



## RED DE CIRCUNFERENCIAS

Se trata de llenar la lámina de circunferencias de 2'5 cm. de radio. Pero has de seguir un orden y unas pautas concretas:

1º- Traza una circunferencia de 2'5 cm de radio en cualquier lugar de la lámina.

2º- Traza otra circunferencia de 2'5 cm de radio haciendo centro en cualquier punto de la primera circunferencia.

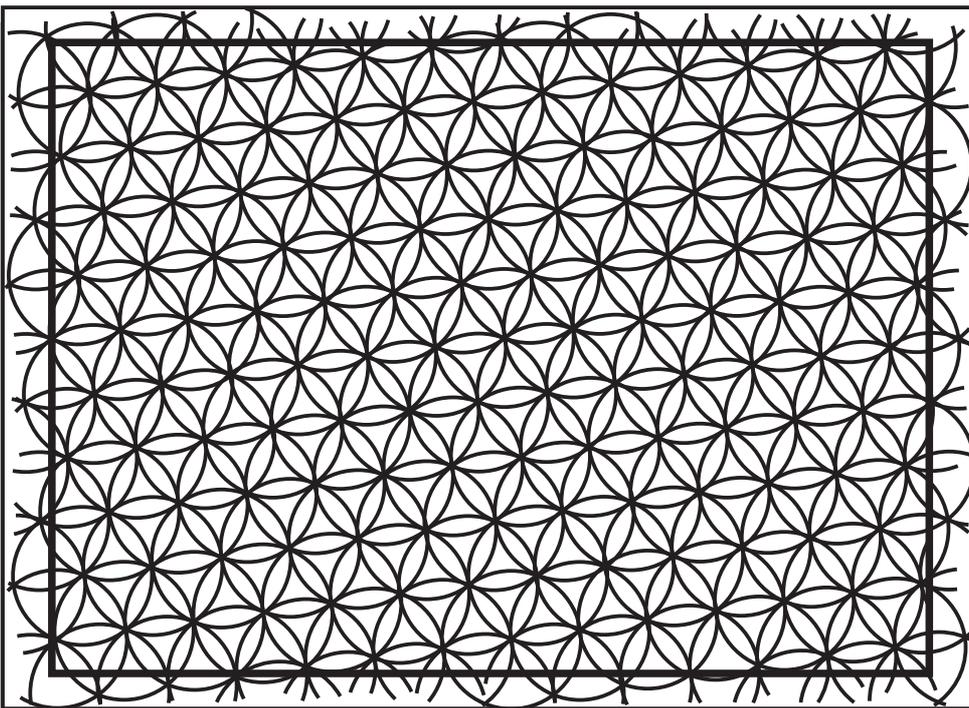
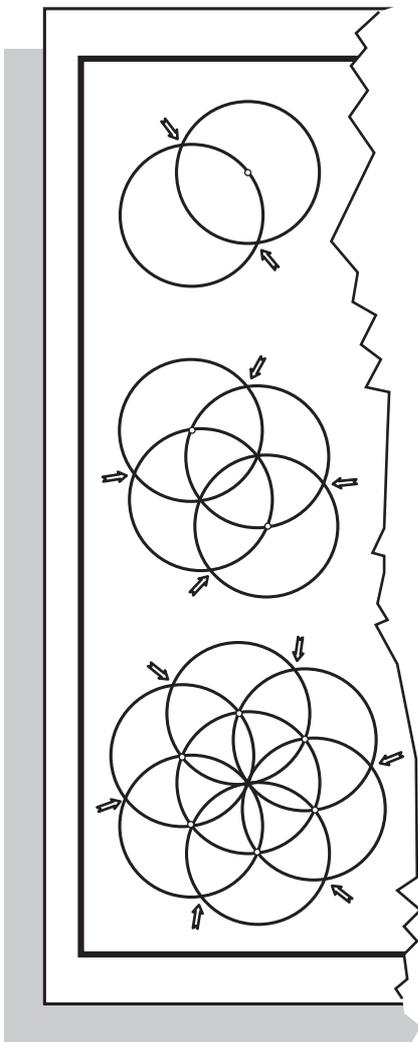
3º- los dos puntos donde se cortan las circunferencias son nuevos puntos para hacer centro y trazar nuevas circunferencias del mismo radio.

4º A medida vayas haciendo circunferencias irás obteniendo nuevos puntos donde deberás hacer centro para trazar más circunferencias ( ¡¡TODAS DE 2'5 cm.!!)

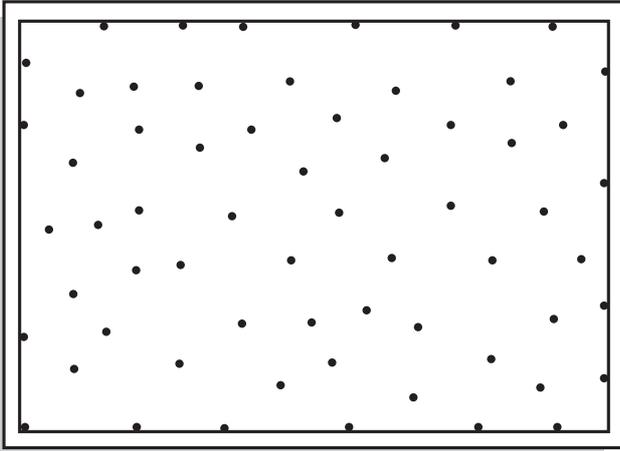
5º Rellena toda la lámina. Aunque las circunferencias se salgan del margen dibujalás, pues donde se corten tendrás nuevos puntos donde hacer centros de otras circunferencias, parte de las cuales si quedaran dentro del margen.

6º Borra todo lo que queda fuera del margen.

7º COLOREA TODA LA LÁMINA: Si sigues un orden concreto (por ejemplo: triángulos arqueados de un color y "petalos" de otro color) obtendrás una red de circunferencias coloreada.



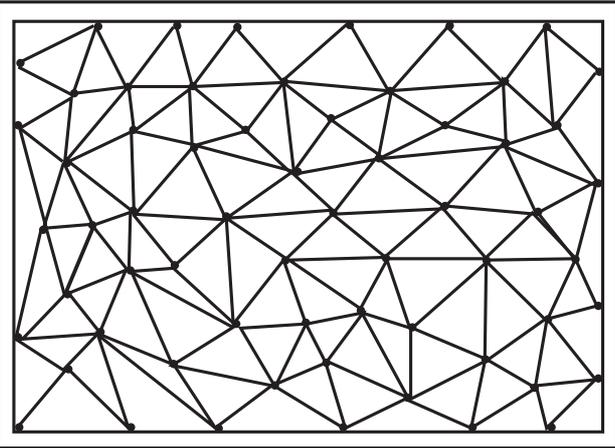
**MUY IMPORTANTE:** Debes de tener la mina del compás bien afilada. Es muy importante que mantengas siempre la misma abertura de compás y que hagas centro en el punto exacto.



1º Distribuye puntos por toda la lámina. No hace falta que los situes de forma ordenada o que midas. NO te olvides de poner algunos puntos sobre el margen.

2º Une los puntos, con ayuda de la regla, con los puntos más cercanos.

- Los segmentos que los unen no deben de cruzar otros segmentos, si lo haces te saldrán más triángulos de los que quieres.
- Los segmentos que unen los puntos no deben de pasar por encima de otros puntos
- Es decir: cada segmento que une los puntos va solo de un punto a otro y no cruza ningún otro segmento
- NO te olvides de los puntos del margen



3º Si sigues correctamente estos dos primeros pasos habrás llenado de triángulos la lámina.

4º Debes de rellenar con rotuladores de colores los triángulos de paralelas con la escuadra y el cartabón:

- Los triángulos que comparten el mismo lado no pueden tener el mismo color
- Debes de rellenar TODOS los triángulos
- Tienes que rellenarlos con distintas inclinaciones y distintas separaciones
- Puedes distribuir los colores de los triángulos con el fin de realizar un diseño, pero también puedes hacer un dibujo abstracto

