15 AXONOMETRÍAS ORTOGONALES. PERSPECTIVA ISOMÉTRICA

OBJETIVOS

1 Conocer y analizar los fundamentos teóricos del sistema axonométrico ortogonal distinguiendo las tres variantes que pueden establecerse isométrica dimétrica y trimétrica

2 Resolver, en este sistema de representación, ejercicios de definición de puntos, rectas y planos, como base para la representación de cuerpos y objetos complejos

3 Saber utilizar la axonometría como recurso gráfico de carácter técnico, para crear sensación de volumen en la representación de cuerpos y modelos sencillos

1 FUNDAMENTOS DEL SISTEMA AXONOMÉTRICO

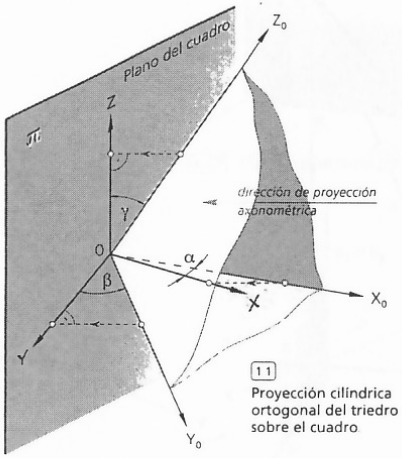
En el sistema axonométrico se aplica la proyección paralela tanto la ortogonal como la oblicua Los objetos a representar vienen referenciados a un triedro trirrectángulo cuyas aristas son los ejes de la axonometría

El objeto y sus tres proyecciones ortogonales sobre los planos del triedro se proyectan a la vez sobre un plano *(π)* oblicuo a los tres ejes denominado ***plano del cuadro*** *(fig 1 1)*

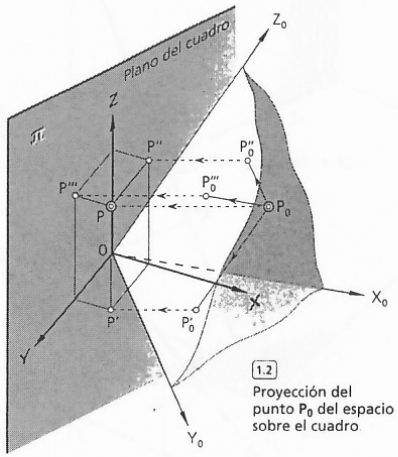
En la *fig 1 2*, se muestra una visión espacial de la proyección del triedro fundamental y la de un punto P_0 situado en el espacio junto a sus proyecciones ortogonales sobre dichos planos coordenados Asimismo todo el conjunto se ha proyectado ortogonalmente sobre el plano del cuadro, que visto en representación axonométrica (o plano del papel), quedaría como muestra la *fig 1 3*

Como elementos fundamentales del sistema axonométrico podemos considerar

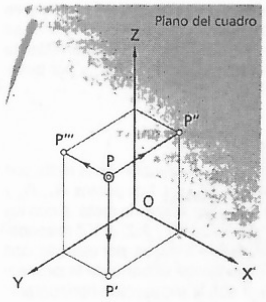
- El ***triedro trirrectángulo*** de vértice *O*, considerado como origen de coordenadas y cuyas aristas *OX*, *OY*, *OZ* representan los ejes del sistema Sus caras definen los planos coordenados o planos axonométricos
- La ***dirección ortogonal*** que determina la proyección del triedro de ejes principales sobre el plano de proyección
- El ***plano de proyección*** *(π)* que forma los ángulos α, β y γ con los ejes coordenados X_0 Y_0 Z_0 respectivamente *(fig 1 1)*, o dicho de otra forma el plano de proyección que atraviesa al triedro axonométrico de tres modos diferentes determinando, por intersección con los planos coordenados el llamado ***triángulo de trazas*** que puede ser *equilátero isósceles o escaleno*



1.1 Proyección cilíndrica ortogonal del triedro sobre el cuadro



1.2 Proyección del punto P_0 del espacio sobre el cuadro



1.3 Representación axonométrica del punto P y sus proyecciones sobre los planos coordenados

2 AXONOMETRÍAS ORTOGONALES

De las diferentes posiciones entre el plano del cuadro y el triedro trirrectángulo, nacen los tres tipos de perspectivas axonométricas

2.1 Perspectiva Isométrica.

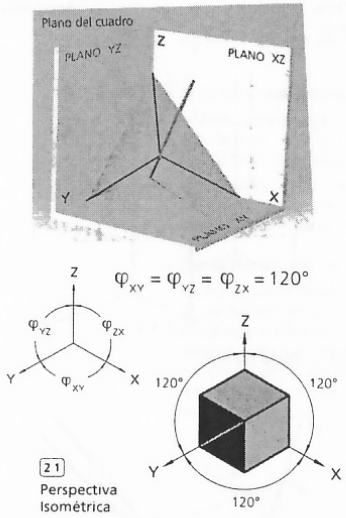
Cuando los ángulos que forman las aristas del triedro trirrectángulo con el plano del cuadro son iguales Esto es $\alpha = \beta = \gamma$

resultando que $\varphi_{xy} = \varphi_{yz} = \varphi_{zx} = 120°$

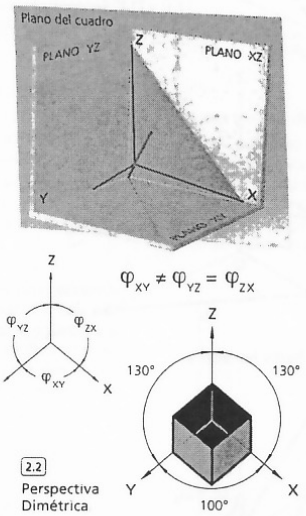
En este caso las trazas del plano del cuadro forman un ***triángulo equilátero*** *(fig 2 1)*, y el coeficiente de reducción es igual para los tres ejes coordenados

$$\sqrt{2} / \sqrt{3} = 0{,}81649$$

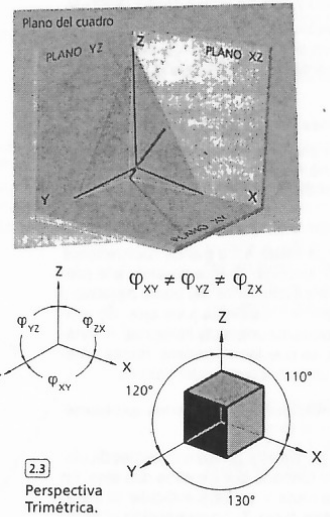
en la práctica se toma como reducción en cada eje *0,8 = 4/5*



2.1 Perspectiva Isométrica



2.2 Perspectiva Dimétrica



2.3 Perspectiva Trimétrica.

2.2 Perspectiva Dimétrica.

Cuando dos de los ángulos que forman las aristas del triedro trirrectángulo con el plano del cuadro son iguales

Así por ejemplo $\alpha = \beta \neq \gamma$

lo que trae consigo que $\varphi_{xy} \neq \varphi_{yz} = \varphi_{zx}$

En este caso, las trazas del plano del cuadro determinan un ***triángulo isósceles*** *(fig 2 2)*, y la unidad de medida tendrá igual reducción sobre los dos ejes que delimitan el ángulo desigual En la figura superior el ángulo distinto es el que forma el eje *X* con el *Z* y, por tanto, ambos ejes tendrán igual reducción y distinta de la que corresponde al eje *Y*

2.3 Perspectiva Trimétrica.

Cuando los tres ángulos son distintos

Esto es $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

resultando que $\varphi_{xy} \neq \varphi_{yz} \neq \varphi_{zx}$

En este caso, las trazas del cuadro forman un ***triángulo escaleno*** *(fig 2 3)*, siendo la reducción distinta para cada eje coordenado

3 LA RECTA

3.1 Representación axonométrica.

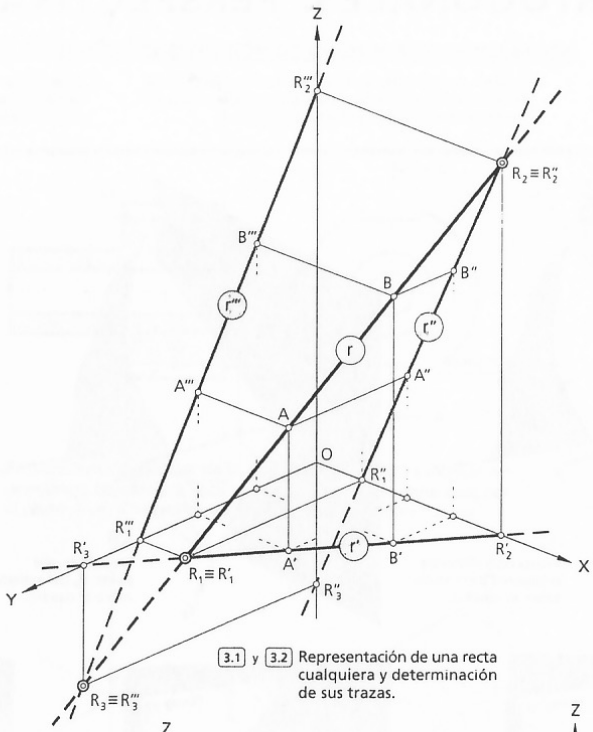
La recta es la unión de dos puntos. Su representación axonométrica viene definida por su proyección directa *r* y una de sus proyecciones sobre uno de los planos coordenados, o bien, mediante dos de sus proyecciones tales como *r'* y *r''*

Para que un punto pertenezca a una recta es necesario que las proyecciones del punto se encuentren en las proyecciones homónimas de la recta, es decir, que *A* esté en *r*, y por tanto *A'* en *r'*, *A''* en *r''* y *A'''* en *r'''*

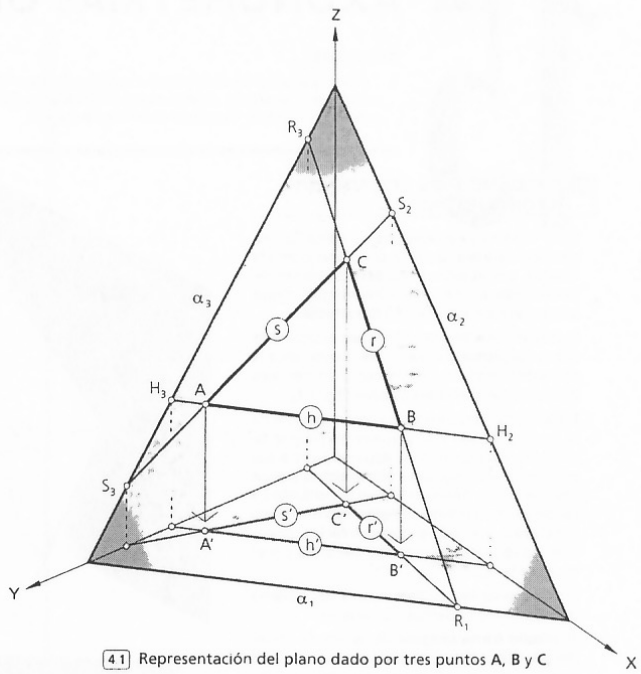
3.2 Trazas de una recta.

Son los puntos de intersección de la recta con los planos axonométricos Los puntos R_1, R_2 y R_3 resultan ser las trazas de la recta *r* con los planos coordenados *XY*, *XZ* e *YZ* respectivamente. Para hallar la trazas, por ejemplo, con el plano *XY*, se busca el corte de la proyección directa *r* con la proyección horizontal *r'* sobre dicho plano Si se consideran los puntos de corte R'_2 y R'_3, de la proyección *r'* con los ejes *X* e *Y*, y por ellos se trazan paralelas al eje *Z*, se determinan, por intersección con la perspectiva directa *r*, los otros dos puntos traza R_2 y R_3 respectivamente En definitiva, para hallar los puntos traza de una recta se procede como se hizo y expuso en el sistema diédrico

Sólo se considera visto la parte de recta que se encuentra en el primer octante del espacio (triedro fundamental), donde se sitúa el observador



3.1 y 3.2 Representación de una recta cualquiera y determinación de sus trazas.



4.1 Representación del plano dado por tres puntos A, B y C

3.3 Posiciones particulares de la recta.

Entiéndase por tales todas aquéllas que mantienen alguna relación de pertenencia, paralelismo o perpendicularidad con los coordenados

3.3.1 Paralelas a los planos axonométricos.

Las rectas paralelas a los planos coordenados tienen la proyección directa paralela a la proyección correspondiente del plano paralelo y las otras dos son paralelas a los ejes En la figura se representa una recta horizontal *h* Análogamente, se pueden considerar rectas paralelas a los otros dos planos del sistema

3.3.2 Perpendiculares a los planos axonométricos.

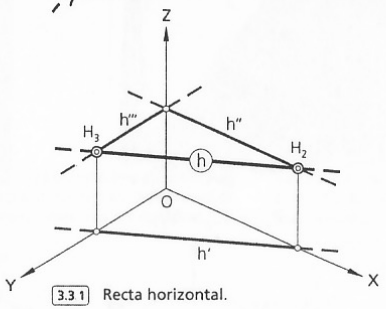
Las rectas paralelas a un eje son perpendiculares al plano formado por los otros dos ejes En la figura, la recta *v* es perpendicular al plano *XY* y paralela al eje *Z* La proyección *v'* es un punto y las otras dos *(v'' y v''')* paralelas a *Z*

3.3.3 Rectas que cortan a los ejes.

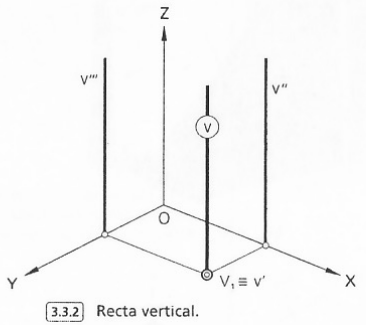
En la figura, la recta *m* corta al eje *Z* Las proyecciones *m''* y *m'''* así como la proyección directa *m*, se cortan en un mismo punto $(M_2 \equiv M_3)$ del eje *Z* que es, además, punto traza.

3.3.4 Rectas que pasan por el origen.

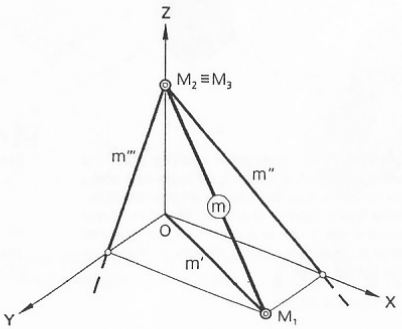
En este caso, las proyecciones de este tipo de rectas pasan por el origen de coordenadas, por tanto, en él concurren las tres trazas de la recta.



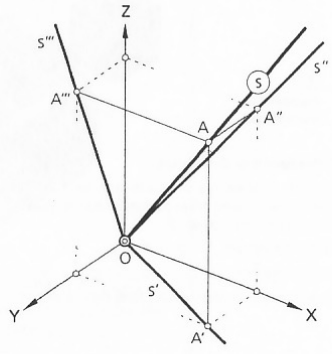
3.3.1 Recta horizontal.



3.3.2 Recta vertical.



3.3.3 Recta que pasa por el eje Z.



3.3.4 Recta que pasa por el origen

4 EL PLANO

4.1 Representación axonométrica.

Los planos, como en el sistema diédrico, se representan por sus trazas, es decir por las rectas de intersección del plano con los coordenados Como un plano puede venir definido por tres puntos o por dos rectas que se cortan, se hallan los puntos traza de las rectas *h*, *r* y *s* (que pasan por *A*, *B* y *C*) Uniendo puntos traza homónimos se determinan las trazas del plano $(\alpha_1, \alpha_2$ y $\alpha_3)$

Únicamente se considera visto la porción de plano comprendido en el primer triedro

4.2 Posiciones particulares del plano.

Como más relevantes pueden considerarse las siguientes

4.2.1 Planos proyectantes.

Planos perpendiculares a los coordenados En la figura, se representa un proyectante horizontal

4.2.2 Planos paralelos a los axonométricos.

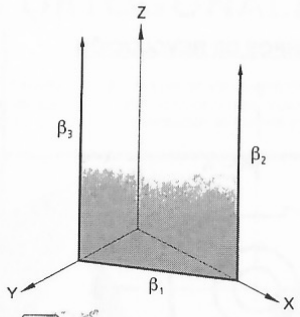
En la figura, el plano γ paralelo al coordenado *YZ*

4.2.3 Planos que contienen a los ejes.

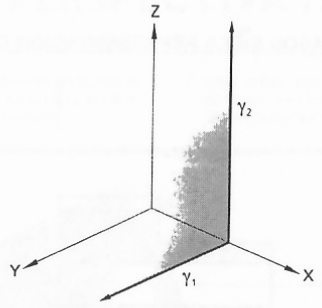
En la figura, el plano δ que contiene al eje *Z*

4.2.4 Plano que pasa por el origen.

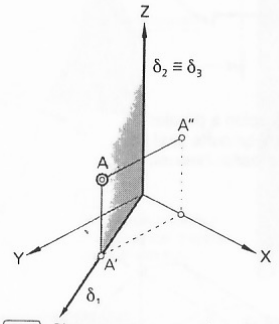
En la figura, el plano ε que pasa por el origen *O*



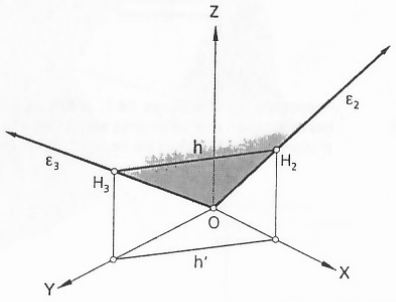
4.2.1 Plano proyectante horizontal.



4.2.2 Plano paralelo al YZ.



4.2.3 Plano que pasa por el eje Z.



4.2.4 Plano que pasa por el origen O.

4.3 Rectas contenidas en un plano.

Una recta pertenece a un plano cuando las trazas de la recta se encuentran sobre las trazas homónimas del plano que la contiene

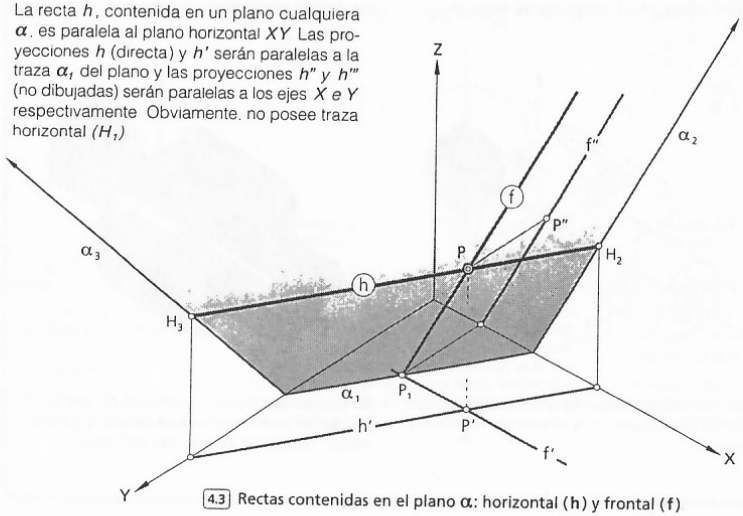
Análogamente, para que un punto pertenezca a un plano es preciso que dicho punto se encuentre sobre una recta contenida en el plano

- ***Recta horizontal del plano.***

La recta *h*, contenida en un plano cualquiera α, es paralela al plano horizontal *XY* Las proyecciones *h* (directa) y *h'* serán paralelas a la traza α_1 del plano y las proyecciones *h"* y *h'"* (no dibujadas) serán paralelas a los ejes *X* e *Y* respectivamente Obviamente, no posee traza horizontal (H_1)

- ***Recta frontal del plano.***

Recta, tal como la *f*, paralela al plano vertical *XZ* Las proyecciones *f* (directa) y *f"* son paralelas a la traza vertical α_2 y las proyecciones *f'* y *f'"* (no dibujada) son paralelas a los ejes *X* y *Z* respectivamente Lógicamente, no posee traza vertical (F_2)

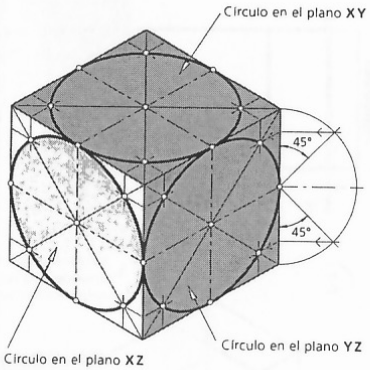


4.3 Rectas contenidas en el plano α: horizontal (h) y frontal (f)

5 TRAZADO DE PARTES CIRCULARES EN ISOMÉTRICA

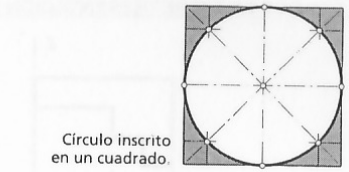
5.1 El círculo en los planos coordenados.

Las partes circulares situadas en cualquiera de las tres caras paralelas a los planos coordenados de la perspectiva, se proyectan según una **elipse** *(fig 5 1 1)* No obstante, por precisión y rapidez en la ejecución de los dibujos isométricos, se hace aconsejable dibujar **óvalos** (curvas que, ópticamente, se asemejan a la elipse, como puede observarse en la *fig. 5 1 2)*

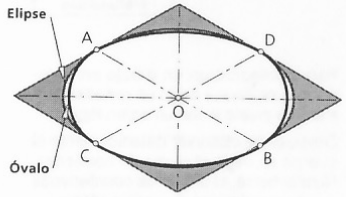


5.1.1 Círculos isométricos (elipses), inscritos en las caras de un cubo.

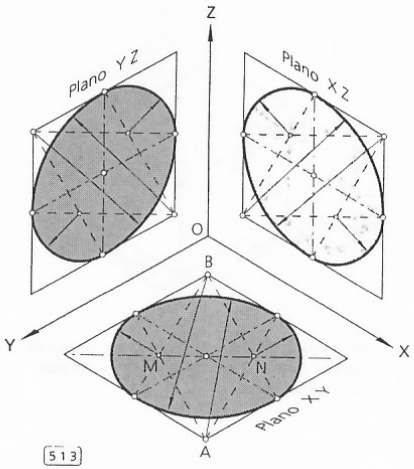
Para su construcción se parte del cuadrado circunscrito a la circunferencia, que se convierte en un rombo en este tipo de perspectiva *(fig 5 1 3)* Los centros de los arcos correspondientes al círculo isométrico (óvalo), resultan ser los puntos *A* y *B* para los arcos mayores (cuadrantes en la circunferencia real) y los puntos *M* y *N* para los arcos menores (correspondientes a los otros dos cuadrantes en la circunferencia)



Círculo inscrito en un cuadrado.



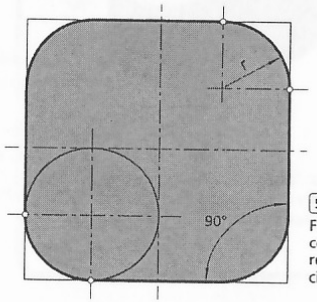
5.1.2 Diferencias entre la **elipse** y el **óvalo** en la perspectiva isométrica



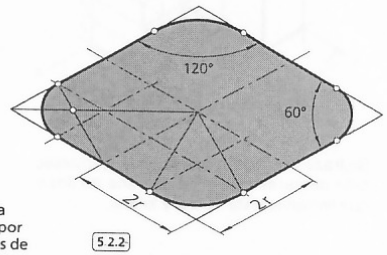
5.1.3 Círculos isométricos (óvalos), situados en los planos coordenados o en paralelos a ellos.

5.2 Enlace de rectas con curvas.

Es frecuente la necesidad de enlazar dos líneas rectas con una curva formando ángulo recto como indica la *fig 5 2 1* Para dibujar su perspectiva isométrica se recurre a usar el trazado por arcos de óvalo como se muestra en la perspectiva isométrica de la *fig 5 2 2*

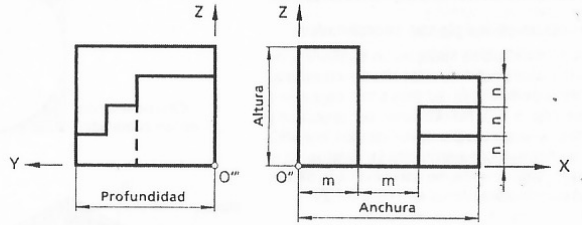


5.2.1 Forma plana compuesta por rectas y arcos de circunferencia.



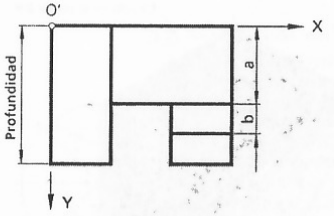
5.2.2 Isometría sobre el plano XY.

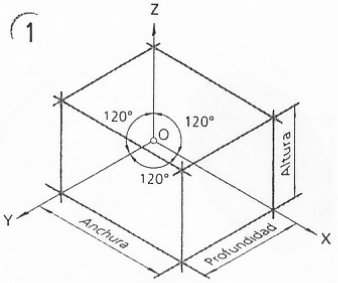
6 PASOS EN LA REPRESENTACIÓN DE CUERPOS CON CARAS PLANAS



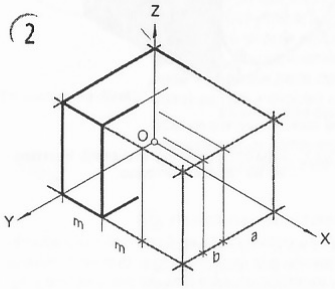
Para confeccionar un dibujo en perspectiva se lleva a cabo un reducido número de pasos y con un orden lógico

Después de observar detenidamente el cuerpo se elige el punto de comienzo. Normalmente, el origen de coordenadas resulta ser el punto de partida idóneo

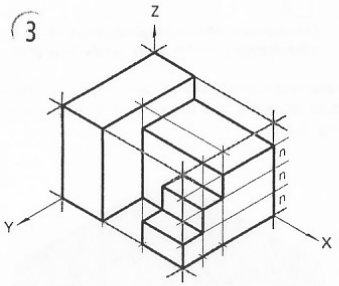




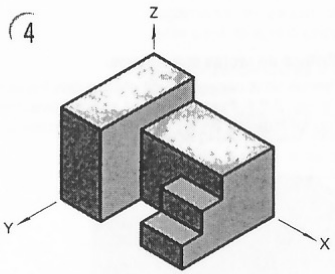
Se dibuja el cuerpo de envoltura o paralelepípedo de dimensiones las totales del cuerpo a representar



Se divide el paralelepípedo envoltura Como aún es difícil diferenciar qué aristas serán visibles, se aconseja dibujar todas las líneas

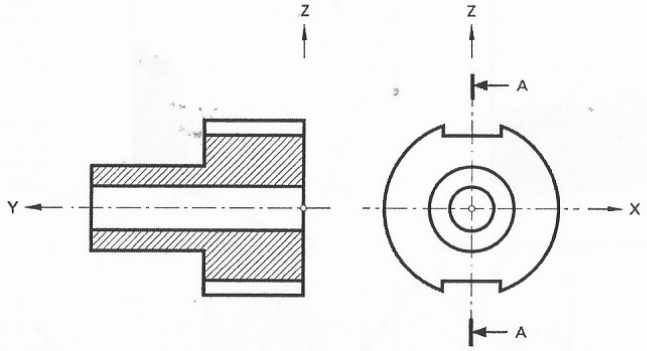


Se trazan las líneas que marcan la intersección de caras mediante el cruce de líneas que limitan la vista frontal y lateral

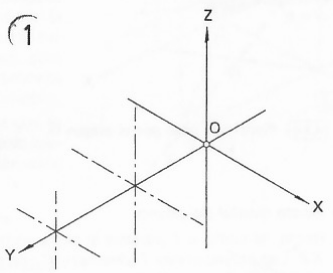


Por último, las aristas visibles se pasan con línea firme y más gruesa, y se borran el resto de líneas auxiliares

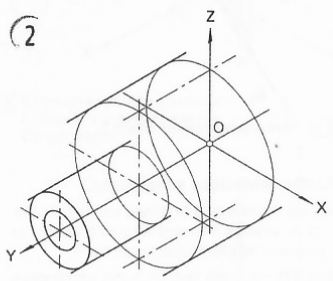
7 PASOS EN LA REPRESENTACIÓN DE CUERPOS DE REVOLUCIÓN



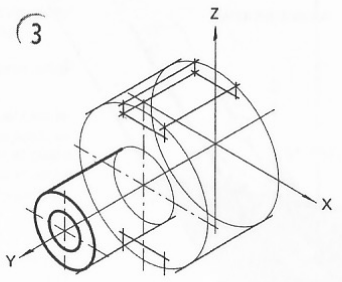
Proyecciones diédricas de la pieza de revolución a dibujar en isométrica; en donde la vista alzado se muestra en corte total por el plano ***A - A***, al objeto de ver con claridad sus partes huecas.



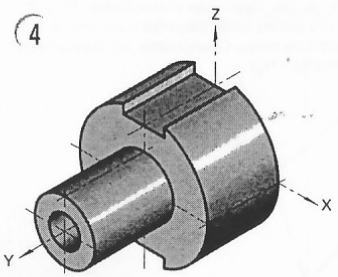
Se comienza por dibujar los tres ejes, eligiendo la posición del cuerpo para definir cuál de ellos utilizaremos como eje de rotación.



Se dibujan las partes circulares (elipses u óvalos) y se trazan las líneas rectas tangentes a ellas para definir el contorno



Se trazan las líneas rectas que marcan las hendiduras superior e inferior en el cilindro mayor.



Se borran las líneas y trazados no vistos o auxiliares y se remarcan las aristas y partes vistas, dibujando el volumen definitivo